

C.d.L. in Ingegneria Elettronica (Automazione)

PROVA SCRITTA di FISICA MATEMATICA

8/01/2010

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

N. matricola:

NOME:

Prova orale:

Il sistema mostrato in figura si può muovere in un piano verticale ed è formato da un pendolo, costituito da un'asta OA , di massa M e lunghezza ℓ e da un punto materiale P , di massa m . L'asta OA è incernierata nel punto fisso O , scelto come origine del sistema di riferimento cartesiano $\{x, O, z\}$, dove l'asse z individua la verticale (verso ascendente) e l'asse x è diretta orizzontalmente. Il punto P è vincolato a muoversi su una guida orizzontale coincidente con l'asse delle ascisse (si veda la figura). Tutti i vincoli sono lisci.

Sul sistema agisce, oltre alla forza peso, una forza di richiamo elastica, realizzata per mezzo di una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $k > 0$, che collega l'estremo A dell'asta al punto P .

Scelte come coordinate lagrangiane l'angolo θ , formato dall'asta OA con la direzione verticale (verso negativo dell'asse z) e l'ascissa x del punto P , si chiede:

1) scrivere la funzione lagrangiana, \mathcal{L} , del sistema e le equazioni di Eulero-Lagrange (equazioni di Lagrange di II specie);

2) individuare le configurazioni di equilibrio e discuterne le proprietà di stabilità;

3) scrivere le equazioni cardinali per l'asta OA (II equazione cardinale riferita al polo O).

