C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
COMPITO A

17/12/2007

Prof. G. Borgioli

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
CdL: **Prova orale**:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y' = 1 - x + y^2 - xy^2 \ .$$

SOLUZIONE:

$$\arctan y = x - \frac{x^2}{2} + C \ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 8**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 2y' + 5y = 1 + \cos 2x \ , \qquad y(0) = 1 \ , \ y'(0) = 0 \ .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{e^x}{85}\left[63\cos 2x - \frac{23}{2}\sin 2x\right] + \frac{1}{5} + \frac{1}{17}(\cos 2x - 4\sin 2x) \ .$$

ESERCIZIO 3 (**punti 10**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = 2x - x^2 \ , \quad x \in [0,1]$$

e la si prolunghi in modo pari nell'intervallo $[-1,0)$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2}{3} - \frac{4}{\pi^2}\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n-1)^2}\cos(2n-1)\pi x + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos n\pi x\right] = \frac{2}{3} - \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi x}{n^2} \ .$$

ESERCIZIO 4 (**punti 4**):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$e^{z+2} = \frac{1-i}{2+i} \ .$$

SOLUZIONE:

$$z = -2 + \frac{1}{2}(\log 2 - \log 5) + i\left(-\arctan 3 + (2k+2)\pi\right) \ , \quad k \in \mathbb{Z} \ .$$