C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

10/01/2008

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y' + \frac{y}{x} = 2y^4 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{\sqrt[3]{Cx^3 + 3x}} .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 2y' + 10y = x^2 + 2 , \quad y(0) = 1 , \quad y'(0) = 1 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{e^{-x}}{250} \left[203 \cos 3x + \frac{463}{3} \sin 3x \right] + \frac{x^2}{10} - \frac{x}{25} + \frac{47}{250} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = |x|, \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right].$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi(2n-1)x}{(2n-1)^2}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$z^4 = \frac{2i - 3}{1 + i}.$$

SOLUZIONE:

$$z = -\left(\frac{13}{2}\right)^{\frac{1}{8}} \left[\cos \frac{\bar{\theta} + 2k\pi}{4} + i \sin \frac{\bar{\theta} + 2k\pi}{4} \right], \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

dove $\bar{\theta} = -\arctan 5$.