

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

10/04/2006

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione del seguente problema ai valori iniziali:

$$y' = \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}, \quad y(-1) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y^3 + 3y - x^3 + 3x = 2.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione:

$$y'' + 2y' - 3y = 5e^{-3x} + \sin 2x.$$

SOLUZIONE:

$$y = -\frac{5}{4} x e^{-3x} - \frac{4}{65} \cos 2x - \frac{7}{65} \sin 2x + A e^x + B e^{-3x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(t) = t \sin t, \quad -\pi \leq t \leq \pi.$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(t) = 1 - \frac{1}{2} \cos t + 2 \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{(n-1)} \frac{\cos nt}{n^2 - 1}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$z^8 - 1 = i.$$

SOLUZIONE:

$$z = (2)^{\frac{1}{16}} \left[\cos \left(\frac{\pi}{32} + k \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{32} + k \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad k = 0, 1, \dots, 7.$$