

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni  
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**11/06/2013**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

**Prova orale:**

**ESERCIZIO 1 (punti 10):**

Verificare se la seguente equazione differenziale sia esatta.

In caso negativo trovare un fattore integrante e la soluzione generale:

$$(xy - x^2)y' + y^2 - 3xy - 2x^2 = 0.$$

SOLUZIONE:

Il fattore integrante è  $x$ ;

$$x^2y^2 - 2x^3y - x^4 = C.$$

**ESERCIZIO 2 (punti 8):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 3y' + 2y = 8 + 6e^x + 2 \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{23}{5} e^{-2x} - 8 e^{-x} + 4 + e^x + \frac{1}{5}(\sin x - 3 \cos x).$$

**ESERCIZIO 3 (punti 12):**

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

e la si prolunghi dispari su  $[-2, 0)$ .

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

**SOLUZIONE:**

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}x\right) + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \sin\left(\frac{(2n-1)n\pi}{2}x\right).$$