

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. in Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

11/09/2007

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$xyy' - (x^2 + y^2) = 0 .$$

SOLUZIONE:

$$y^2 = 2x^2 \log |Cx| .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - y = 1 + x^2 , \quad y(0) = 1 , \quad y'(0) = 1$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{5}{2} e^x + \frac{3}{2} e^{-x} - x^2 - 3 .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = x(x^2 - \pi^2), \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

Se ne tracci il grafico, la si prolunghi in modo periodico, di periodo 2π , su tutto $\mathbb{R}$ (i.e. $f(x + 2\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$) e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = 12 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3} \sin nx.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$z^4 + 2 = \frac{1-i}{1+i},$$

dove i rappresenta l'unità immaginaria

SOLUZIONE:

$$z = (5)^{\frac{1}{8}} \left[\cos \left(\frac{\bar{\theta} + 2k\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\bar{\theta} + 2k\pi}{4} \right) \right],$$

dove $\bar{\theta} = \arctan \frac{1}{2} + \pi$ e $k = 0, 1, 2, 3$.