C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

11/09/2008

Prof. G. Borgioli

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
CdL: **Prova orale**:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y' = \frac{y^3 - x^2 y}{x^3}\,, \quad y(1) = 2$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{2x}{\sqrt{2 - x^4}}\,.$$

ESERCIZIO 2 (**punti 8**):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$3y'' + 3y' - y = x^2 + e^{-2x}\,.$$

SOLUZIONE:

$$y = -x^2 - 6x - 24 + \frac{1}{3}e^{-2x} + C_1\, e^{\frac{-3+\sqrt{21}}{6}x} + C_2\, e^{\frac{-3-\sqrt{21}}{6}x}\,.$$

ESERCIZIO 3 (**punti 10**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x-1\,, & -1 \leq x < 0 \\ \\ x^2+x-1\,, & 0 \leq x \leq 1\,. \end{cases}$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = -\frac{1}{3} - \frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2(-1)^n-1)\cos n\pi x}{n^2} + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin n\pi x - \frac{4}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)\pi x}{(2n-1)^3}\,.$$

ESERCIZIO 4 (**punti 4**):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso rispetto all'incognita z:

$$e^{(2i-z)} + 2 = \frac{i-3}{2+i}\,.$$

SOLUZIONE:

$$z = 2i - \frac{1}{2}(\log 2 + \log 5) - i\left(-\arctan\frac{1}{3} + (2k+1)\pi\right)\,, \quad k \in \mathbb{Z}.$$