C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

11/09/2013

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 10):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$3xy^2y' + y^3 - 2x = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = \left(\frac{x^2 + C}{x} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 2y' + 10y = \sin 3x + e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = -\frac{91}{333}e^x \cos 3x + \frac{1}{37}e^x \sin 3x + \frac{1}{37}(\sin 3x + 6 \cos 3x) + \frac{1}{9}e^x.$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{x}{\pi}, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier. Si calcoli poi il valore della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}.$$

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{3}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$