C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli

PROVA SCRITTA
12/02/2016

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 5**):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$3y^2y' - y^3 \tan x = \sin x\,.$$

SOLUZIONE:

$$y = \left(\frac{C}{\cos x} - \frac{\cos x}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\,.$$

ESERCIZIO 2 (**punti 5**):

Risolvere il seguente PVI:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}\,, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}.$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix}1 & 1\\ \\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = e^x\left[\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + x\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right]\,.$$

ESERCIZIO 3 (**punti 5**):

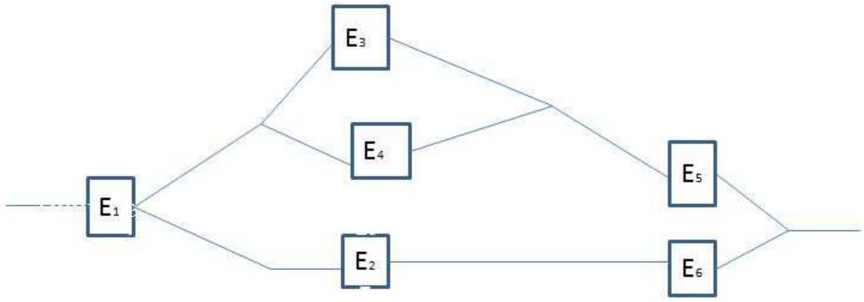
Si consideri la funzione

$$f(x) = x + \sin x\,, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]\,.$$

e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{8}{\pi}\frac{n(-1)^{n+1}}{4n^2-1}\right] \sin 2nx\,.$$



ESERCIZIO 4 (**punti 5**):

Si consideri il sistema mostrato in figura, formato da sei elementi, ciascuno funzionante con probabilità $p = 0.8$:
a) Si calcoli la probabilità che il sistema funzioni;
b) se l'elemento E_6 è sicuramente guasto, si calcoli la probabilità che il sistema continui a funzionare.

SOLUZIONE:

a) 0.73 ;

b) $0,61$.

ESERCIZIO 5 (**punti 5**):

Un urna contiene sei palline rosse e otto bianche e se ne estraggono quattro senza reimbussolamento. Si chiede:

a) qual'è la probabilità che le palline estratte siano due bianche e due rosse?

b) Qual'è la probabilità che le prime due siano rosse e le seconde due bianche?.

SOLUZIONE:

a) $0,419 \sim 42\%$;

b) $0,069 \sim 7\%$.

ESERCIZIO 6 (**punti 5**):

Sia $f_{XY}(x,y)$ una funzione di densità congiunta di due v.a. X, Y, definita:

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{k}{x} e^{-\frac{y}{x}} e^{-x}, & x > 0, y > 0 \\ \\ 0 \quad \text{altrove} \end{cases}$$

Si chiede:

a) Calcolare il valore di k;

b) Calcolare la probabilità $\mathbb{P}(Y > 2|X)$.

SOLUZIONE:

a) $k = 1$;

b) $\mathbb{P}(Y > 2|X) = \exp\left(-\frac{2}{x}\right)$.