

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

13/01/2014

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 10):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale lineare:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbb{A}\mathbf{x},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{x} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{x} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^t + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-t}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 2y' + y = 4e^{-x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$$

SOLUZIONE:

$$y = 2e^{-x} + xe^{-x} + 2x^2e^{-x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

e la si prolunghi pari nell'intervallo $[-2, 0)$; se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier considerandola come una funzione di periodo 4.

SOLUZIONE:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3}{4} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{2} - 1}{n^2} \cos \frac{n\pi}{2} x \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos n\pi x - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos \frac{n\pi}{2} x . \end{aligned} \tag{1}$$