

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

13/04/2007

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$(1 - x^2)y' + 2y = x + 2 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{3}{1+x} + \frac{1-x}{1+x} [\log |1-x| + C] .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} .$$

SOLUZIONE:

$$y = \left(C_1 + C_2x + \frac{x^2}{2} \right) e^{2x} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - x^2, \quad -1 \leq x \leq 1;$$

e la si prolunghi su tutto \mathbb{R} come una funzione periodica di periodo 2. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos n\pi x.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione rispetto a z in campo complesso:

$$2z^5 + 1 = \frac{3i - 3}{i - 2},$$

dove i rappresenta l'unità immaginaria.

SOLUZIONE:

$$z = \sqrt[5]{\frac{1}{2}} \left[\cos \frac{-\arctan\left(\frac{3}{4}\right) + (2k+1)\pi}{5} \right. \\ \left. + i \sin \frac{-\arctan\left(\frac{3}{4}\right) + (2k+1)\pi}{5} \right], \quad k = 1, 2, 3, 4.$$