

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**14/09/2005**

**Prof. G. Borgioli**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

**ESERCIZIO 1 (punti 8):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\frac{dy}{dx} = -2xy + e^{-x^2}, \quad y(1) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{-x^2}(x - 1).$$

**ESERCIZIO 2 (punti 8):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = 5e^{-3t} + \sin 2t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$$

SOLUZIONE:

$$x = -\frac{5}{4}te^{-3t} - \frac{4}{65}\cos 2t - \frac{7}{65}\sin 2t + \frac{689}{1040}e^t - \frac{125}{208}e^{-3t}.$$

**ESERCIZIO 3 (punti 10):**

Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - \cos x, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

e la si prolunghi in modo dispari nell'intervallo  $[-\frac{\pi}{2}, 0)$ . Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2nx}{4n^2 - 1}.$$

**ESERCIZIO 4 (punti 4):**

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$1 + e^{2z} = 2 + i.$$

SOLUZIONE:

$$z = \frac{1}{4} \log 2 + i \left( \frac{\pi}{8} + k\pi \right), \quad k \in \mathbb{Z}.$$