

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

14/12/2005

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Verificare se la seguente equazione differenziale sia esatta e, in caso affermativo, risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$3y \cos x \frac{dy}{dx} + 3y^2 + 3 \sin x = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

SOLUZIONE:

L'EQUAZIONE NON È ESATTA.

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$16y'' + 8y' + y = x + 6.$$

SOLUZIONE:

$$y = x - 2 + Ae^{-\frac{x}{4}} + Bxe^{-\frac{x}{4}}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$\begin{cases} f(x) = \pi^2 - x^2, & x \in [-\pi, \pi] \\ f(x + 2\pi) = f(x). \end{cases}$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2}{3}\pi^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos nx}{n^2}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$e^z - 1 = -i.$$

SOLUZIONE:

$$z = \frac{1}{2} \log 2 + i \left(\frac{7\pi}{4} + 2k\pi \right), \quad k \in \mathbb{Z}.$$