

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

15/01/2007

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione del seguente problema ai valori iniziali:

$$y^3 y' + 3xy^2 + 2x^3 = 0, \quad y(1) = 1 .$$

SOLUZIONE:

$$2x^2 (2x^2 + y^2) - 3\sqrt{2}\sqrt{x^2 + y^2} = 0, \quad x \neq 0 .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 2y' + \frac{3}{4}y = \sin x .$$

SOLUZIONE:

$$y = C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 e^{\frac{3x}{2}} - \frac{4}{65} \sin x + \frac{32}{65} \cos x .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \cos \frac{x}{2}, \quad -\pi \leq x \leq \pi;$$

$$f(x + 2\pi) = f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos nx}{4n^2 - 1}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Semplificare la seguente espressione e risolvere l'equazione rispetto a z in campo complesso:

$$2 + e^{z-1} = i^4 - 1,$$

dove i rappresenta l'unità immaginaria.

SOLUZIONE:

$$z = 1 + \log 2 + i(2k + 1)\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$