

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

15/04/2008

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$(1 - x^2)y' + xy = 1 - x^2, \quad y(1/2) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \sqrt{1 - x^2} \left(\arcsin x + \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6} \right).$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 2y' + y = xe^x.$$

SOLUZIONE:

$$y = Ae^x + Bxe^x + \frac{x^3}{6}e^x.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x - 1, \quad x \in [0, 1]$$

e la si prolunghi in modo dispari nell'intervallo $[-1, 0)$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = -\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\pi x}{2n-1} - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(e(-1)^n - 1)}{1+n^2\pi^2} \sin n\pi x .$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Scrivere in forma algebrica il seguente numero complesso:

$$z = \frac{5i - 2}{2 + 3i} e^{i\frac{3}{2}\pi} = .$$

SOLUZIONE:

$$z = \frac{16}{13} - \frac{11}{13}i .$$