

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

15/07/2008

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$xy' + 4y = e^x, \quad y(1) = 0$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{2e}{x^4} + \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{6}{x^3} - \frac{6}{x^4} \right) e^x.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 4y' + 7y = e^{-5x}.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{52}e^{-5x} + \left(C_1 \cos \sqrt{3}x + C_1 \sin \sqrt{3}x \right) e^{2x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = (x - 1)^2, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

e la si prolunghi pari sull'intervallo $-1 \leq x < 0$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi x}{n^2}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso rispetto all'incognita z :

$$i + e^{(2-z)} = \frac{2i - 1}{i + 3}.$$

SOLUZIONE:

$$z = 2 + \frac{1}{2}(\log 2 + \log 5) - i(\arctan 3 + (2k + 1)\pi), \quad k \in \mathbb{Z}.$$