

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Marco Spadini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

15/09/2015

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = \frac{2y - x}{y + 4x}.$$

SOLUZIONE:

$$\log \left| \frac{y}{x} + 1 \right| - \frac{3x}{x + y} = \log |Cx^{-1}|.$$

ESERCIZIO 2 (**punti 10**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali assegnato:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = 2e^{3x} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} - 2e^{2x} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \pi, & x \in [0, \frac{\pi}{2}) ; \\ 2(\pi - x), & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases} .$$

e la si prolunghi pari nell'intervallo $[-\pi, 0)$. Se ne disegni il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier, come funzione di periodo 2π .

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{3}{4}\pi + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos 2nx - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx$$