

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

16/12/2008

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y^2 y' = \frac{x^3 + y^3}{x}.$$

SOLUZIONE:

$$y = x \sqrt[3]{\log |Cx^3|}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 2y' - 3y = e^{2x} + 2e^{-3x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{8} e^x - \frac{3}{40} e^{-3x} + \frac{1}{5} e^{2x} - \frac{x}{2} e^{-3x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0 \\ \cos \pi x, & 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

e la si prolunghi in modo periodico, di periodo 2. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi x + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin 2n\pi x}{4n^2 - 1} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\pi x}{2n-1}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 6):

Disegnare il ritratto di fase per le soluzioni della seguente equazione differenziale, nell'intervallo $x \in [-2, 2]$:

$$\ddot{x} - 2x + x^3 = 0 \tag{1}$$

SOLUZIONE:

