

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

17/06/2014

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$xyy' + x^2 + y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \sqrt{\frac{3 - x^4}{2x^2}}.$$

ESERCIZIO 2 (**punti 10**):

Calcolare autovalori ed autovettori della matrice $\mathbb{A}$ e calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale vettoriale:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = C_1 \begin{pmatrix} 0 \\ e^x \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} e^x \\ e^x + 2xe^x \end{pmatrix}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - \frac{x^2}{2}, x \in [-\pi, \pi];$$

la si prolunghi periodica di periodo 2π su tutto $\mathbb{R}$ e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = 1 - \frac{\pi^2}{6} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos nx .$$