

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

1/07/2014

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2xyy' - (x + y^2) = 0, .$$

SOLUZIONE:

$$\frac{y^2}{x} - \log |x| = C .$$

ESERCIZIO 2 (punti 10):

Calcolare autovalori ed autovettori della matrice $\mathbb{A}$ e calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale vettoriale:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = C_1 e^{(-1+\sqrt{2})x} \begin{pmatrix} 2-\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{(-1-\sqrt{2})x} \begin{pmatrix} 2+\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \frac{1}{2}) ; \\ 1 - x, & x \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}$$

la si prolunghi periodica di periodo 1 su tutto $\mathbb{R}$ e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2(2n-1)\pi x}{(2n-1)^2} .$$