C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Marco Spadini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
20/02/2015

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 10**):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = \frac{x}{x^2 y + y^3}.$$

SOLUZIONE:

$$(x^2 + y^2 + 1)e^{-y^2} = C\ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 10**):

Calcolare la soluzione generale (per mezzo di funzioni reali) della seguente equazione differenziale e risolvere il problema ai valori iniziali assegnato:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}\ , \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \cos x + 2\sin x \\ \sin x \end{pmatrix}$$

ESERCIZIO 3 (**punti 10**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-2, 0) \; ; \\ \\ 1, & x \in [0, 2] \quad . \end{cases}$$

Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier complessa, come funzione di periodo 4. Si confronti il risultato ottenuto con la serie di Fourier reale.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\pi} \sum_{0 \neq n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n} e^{in\frac{\pi}{2}x} = \frac{1}{2} - \frac{i}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n-1)\frac{\pi}{2}x}}{2n-1} \; .$$

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\frac{\pi}{2}x}{2n-1} \; .$$