

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

20/09/2006

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale

$$y' \cos x - y \sin x = \sin 2x .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{C}{\cos x} - \cos x .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione del seguente problema ai valori iniziali

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} , \quad y(0) = 1 , \quad y'(0) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \left[1 - x + \frac{x^2}{2} \right] e^{2x} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x + e^x, & x \in [-\pi, 0) \\ x + e^x, & x \in [0, \pi] \end{cases}$$

$$f(x + 2\pi) = f(x).$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\pi + \frac{1}{\pi} \sinh \pi \right) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n - 1}{n^2} + \frac{(-1)^n \sinh \pi}{n^2 + 1} \right] \cos nx$$
$$- \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{n^2 + 1} \sinh \pi \sin nx.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$1 + e^{2+z} = i - 1.$$

SOLUZIONE:

$$z = -2 + \frac{1}{2} \log 5 + i \left(\arctan \left(-\frac{1}{2} \right) + (2k + 1)\pi \right), \quad z \in \mathbb{Z}.$$