

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli

PROVA SCRITTA

22/01/2016

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 5):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2yxy' = -x^2 - y^2, .$$

SOLUZIONE:

$$y^2 = \frac{x^2}{3} \left(\frac{C}{x^3} - 1 \right) .$$

ESERCIZIO 2 (punti 5):

Risolvere il seguente PVI:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = C_1 e^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}x} \begin{pmatrix} 1 + \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}x} \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{5} \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{5}}{20}, \quad C_2 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{5}}{20}$$

ESERCIZIO 3 (punti 5):

Si consideri la funzione

$$f(x) = x + \cos x, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \cos x + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx.$$

ESERCIZIO 4 (punti 5):

Si consideri un generatore di un segnale binario casuale, che genera la cifra 1 con probabilità 0,7 e la cifra 0 con probabilità 0,3. Si chiede:

- a) Si calcoli la probabilità che ci siano quattro 1 in una stringa di cinque cifre;
- b) si calcoli la probabilità di avere almeno due 1 in una stringa di cinque cifre.

SOLUZIONE:

- a) 0,36 ; b) 0,97.

ESERCIZIO 5 (punti 5):

Supponiamo che la durata (in ore) di funzionamento di una macchina sia una v.a. T , esponenziale di parametro λ

- a) Le misure mostrano che la probabilità che la macchina superi le 10^4 ore è $e^{-1} \sim 0,368$. Si calcoli il valore di λ ;
- b) usando il valore di λ calcolato in a), calcolare il tempo t_0 per cui la probabilità che la macchina funzioni per più di t_0 sia 0,05.

SOLUZIONE:

- a) $\lambda = 10^{-4}$; b) $\sim 3 \times 10^4$ ore .

ESERCIZIO 6 (punti 5):

Si sceglie un numero a caso nell'intervallo $0 \leq X \leq 1$. Si chiede:

- a) Calcolare la probabilità che $X^2 > 0,4$;
- b) qual'è la probabilità che la prima cifra decimale del quadrato sia 1?

SOLUZIONE:

- a) 36,75%;
- b) 13,10%.