

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

23/06/2009

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$xy' = y + x e^{\frac{y}{x}} .$$

SOLUZIONE:

$$e^{-\frac{y}{x}} + \log |x| = C .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 2y' + y = 4 \cos 2x , \quad y(0) = 0 , \quad y'(0) = 1 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{25}(12 e^{-x} + 5x e^{-x} - 12 \cos 2x + 16 \sin 2x) .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, \end{cases}$$

e la si prolunghi in modo dispari nell'intervallo $[-\pi, 0]$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{4n^2 - 1} \sin 2nx .$$

ESERCIZIO 4 (punti 6):

Determinare se la seguente equazione differenziale sia esatta e, in caso affermativo, calcolarne la soluzione:

$$(2x + 3) + (2y - 2)y' = 0 \tag{1}$$

SOLUZIONE:

$$x^2 + 3x + y^2 - 2y = C$$