C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Marco Spadini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
23/06/2015

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$(x^2y-1)y'+xy^2-1=0.$$

SOLUZIONE:

$$x^2y^2-2(x+y)=C\ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 10**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali assegnato:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y}=\mathbb{A}\mathbf{y}\ ,\quad \mathbf{y}(0)=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}.$$

dove

$$\mathbb{A}=\begin{pmatrix}1 & 12\\ 3 & 1\end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y}:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y}=\frac{1}{2}e^{7x}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}-\frac{1}{2}e^{-5x}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$$

ESERCIZIO 3 (**punti 12**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0,1) \; ; \\ \\ 1, & x \in [1,2] \end{cases} \quad .$$

e la si prolunghi dispari nell'intervallo $[-2,0)$. Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier, come funzione di periodo 4.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{n^2\pi}\sin\frac{n\pi}{2} - \frac{\cos n\pi}{n}\right)\sin\frac{n\pi}{2}x$$

$$= \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2}\sin\frac{(2n-1)\pi}{2}x + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin\frac{n\pi}{2}x \; .$$