

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

24/03/2006

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$x \frac{dy}{dx} + 3xy - x^2 y^4 = 0 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{\left(Ce^{9x} + \frac{x}{3} + \frac{1}{27}\right)^{1/3}} .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione del seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 4y' = 7 - 3e^{4x} , \quad y(0) = 0 , \quad y'(0) = 1 .$$

SOLUZIONE:

$$y = -\frac{7}{4}x - \frac{3}{4}xe^{4x} - \frac{7}{8} + \frac{7}{8}e^{4x} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(t) = \pi t - t^2, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

Se ne tracci il grafico e, avendola prolungata in modo dispari nell'intervallo $[-\pi, 0)$, se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)t}{(2n-1)^3}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$e^{2z} + 1 = 3i.$$

SOLUZIONE:

$$z = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \log 10 + i [\arctan(-3) + (2k+1)\pi] \right\}, \quad z \in \mathbb{Z}.$$