

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

25/02/2014

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$3x^2y^2y' + 2xy^3 + y = 0, \quad y(1) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \sqrt{3x^{-\frac{4}{3}} - 2x^{-1}}.$$

ESERCIZIO 2 (**punti 10**):

Calcolare autovalori ed autovettori della matrice \mathbb{A} e risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}; \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^x.$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq a \\ a, & a < x \leq 2a \end{cases}$$

e la si prolunghi dispari nell'intervallo $[-2a, 0)$; se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier considerandola come una funzione di periodo $4a$.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{2a \sin \frac{n\pi}{2}}{n^2\pi} \right) \sin \left(\frac{n\pi}{2a} x \right) =$$
$$\frac{2a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin \left(\frac{n\pi}{2a} x \right) + \frac{4a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \sin \left(\frac{(2n-1)\pi}{2a} x \right).$$