

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**25/06/2008**

**Prof. G. Borgioli**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

**Prova orale:**

**ESERCIZIO 1 (punti 8):**

Verificare se la seguente equazione differenziale sia esatta e, in caso affermativo, calcolarne la soluzione generale:

$$x^3 \cos(xy)y' + 2x \sin(xy) + x^2y \cos(xy) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$x^2 \sin(xy) = C .$$

**ESERCIZIO 2 (punti 8):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 4y' + 4y = (x + 1)e^{2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \left( x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right) e^{2x} .$$

**ESERCIZIO 3 (punti 10):**

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x < 0 \\ x(x-1), & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{6} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos n\pi x}{n^2} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n\pi x}{n} - \frac{4}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\pi x}{(2n-1)^3}.$$

**ESERCIZIO 4 (punti 4):**

Risolvere la seguente equazione in campo complesso rispetto all'incognita  $z$ :

$$2i - 1 + e^{(z-i)} = \frac{3i}{i-2}.$$

SOLUZIONE:

$$z = i + 3 \log 2 - \frac{1}{2} \log 5 + i [-\arctan 2 + 2k\pi] \quad k \in \mathbb{Z}.$$