C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. in Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

26/06/2007

Prof. G. Borgioli

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
CdL:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Trovare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$xy' - y = xy^2 \ .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{2x}{C - x^2} \ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 8**):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \ , \qquad y(0) = 1 \ , \ y'(0) = 0$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{2x} - 2xe^{2x} + \frac{x^2}{2}e^{2x} \ .$$

ESERCIZIO 3 (**punti 10**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x\,, & 0 < x \le 1\,, \\ 1\,, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

la si prolunghi **pari** sull'intervallo $(-2,0]$ e se ne tracci il grafico. La si prolunghi poi in modo periodico, di periodo 4, su tutto $\mathbb{R}$ (i.e. $f(x+4) = f(x)\,,\ \forall x \in \mathbb{R}$) e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$\frac{3}{4} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2 n^2} \cos \frac{n\pi x}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\pi^2 n^2} \cos n\pi x\,.$$

ESERCIZIO 4 (**punti 4**):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$e^{z-1} = 1 + i\ .$$

SOLUZIONE:

$$z = 1 + \frac{1}{2}\log 2 + i\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right)\,, \qquad k \in \mathbb{Z}\,.$$