C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Marco Spadini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI
27/01/2015

COGNOME:
NOME:
N. matricola:
Prova orale:

ESERCIZIO 1 (**punti 8**):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$(x^2-1)y' - 2xy\log y = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = e^{C(x^2-1)}\ .$$

ESERCIZIO 2 (**punti 10**):

Calcolare la soluzione generale (per mezzo di funzioni reali) della seguente equazione differenziale e risolvere il problema ai valori iniziali assegnato:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}\ , \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = e^x \left[C_1 \begin{pmatrix} \cos 2x \\ \cos 2x + \sin 2x \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} \sin 2x \\ \sin 2x - \cos 2x \end{pmatrix} \right]\ , \quad C_1 = C_2 = 1$$

ESERCIZIO 3 (**punti 12**):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin \frac{x}{2}\,, \quad x \in [-\pi, \pi]\,.$$

Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier, come funzione di periodo 2π.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^{n+1}}{4n^2 - 1} \sin nx\ .$$