

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

28/06/2006

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$2x^2 \frac{dy}{dx} - y^2 = 4xy .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{2x^2}{C - x} .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare la soluzione del seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 3y' + 2y = 2x^2 - 5x + 3 , \quad y(0) = 1 , \quad y'(0) = 0 .$$

SOLUZIONE:

$$y = -\frac{1}{4} e^{2x} + x^2 + \frac{x}{2} + \frac{5}{4} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-2, -1] \\ x, & x \in (-1, 1) \\ 0, & x \in [1, 2] \end{cases}$$

$$f(x+4) = f(x) .$$

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{2}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{2} + \left(\frac{2}{n\pi} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{2} \right] \sin \frac{n\pi x}{2} \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\pi x + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2} . \end{aligned}$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$2 + e^{3z-1} = 1 + i .$$

SOLUZIONE:

$$z = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \log 2 + i \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} k\pi \right) , \quad z \in \mathbb{Z} .$$