C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI 29/01/2013

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$\frac{2y - x}{y^2}y' + \frac{xy + 1}{y} = 0.$$

SOLUZIONE:

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{y} + 2\log|y| = C \ .$$

ESERCIZIO 2 (punti 6):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + y = 4x \sin x$$
, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

SOLUZIONE:

$$y = 2\sin x - x(x\cos x - \sin x) .$$

ESERCIZIO 3 (punti 8):

Si consideri la funzione

$$f(x) = (x - \pi)^2$$
, $0 \le x < 2\pi$.

e se ne tracci il grafico.

Si calcoli lo sviluppo in serie di Fourier e si calcoli per mezzo del teorema di Dirichlet il valore della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \;,$$

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2} .$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} .$$