C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

2/04/2008

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$(x^2 + y^2)y' = 2xy .$$

SOLUZIONE:

$$y(y + C) = x^2 .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$2y'' - y' - y = 3 \cos 2x - \sin 2x , \quad y(0) = 0 , \quad y'(0) = 0 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{17}{255}e^x + \frac{14}{11}e^{-\frac{x}{2}} + \frac{3}{85} \sin 2x - \frac{29}{85} \cos 2x .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2-x}{2}, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & 2 \leq x < \pi, \end{cases}$$

e la si prolunghi in modo pari nell'intervallo $[-\pi, 0)$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n}{n} \right)^2 \cos nx .$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$2i + e^{z-1} = \frac{i-3}{2i-1} .$$

SOLUZIONE:

$$z = 1 + \frac{1}{2} \log 2 + i \left(\frac{7}{4} \pi + 2k\pi \right), \quad k \in \mathbb{Z} .$$