

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni  
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Marco Spadini

**PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI**

**4/09/2015**

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

**Prova orale:**

**ESERCIZIO 1 (punti 8):**

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$\frac{x^2}{y}y' + 2x = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = Cx^{-2}.$$

**ESERCIZIO 2 (punti 10):**

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali assegnato:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita  $\mathbf{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ .

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = e^{-\frac{3}{2}x} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \right].$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = x \sin\left(\frac{x}{2}\right), \quad x \in [-\pi, \pi].$$

Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier, come funzione di periodo  $2\pi$ .

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} + \frac{32}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^{n+1}}{(2n+1)^2(2n-1)^2} \cos nx$$