

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

8/07/2009

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

CdL:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 6):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$x^2 y' - 1 + y = 0 \quad y(2) = 2.$$

SOLUZIONE:

$$y = 1 + e^{\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^{-4x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = -\frac{7}{5} e^x + \frac{4}{3} e^{2x} + \frac{1}{15} e^{-4x}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - x^2, \quad -1 \leq x \leq +1$$

e la si prolunghi in modo periodico di periodo 2 su tutto \mathbb{R} . Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos n\pi x .$$

ESERCIZIO 4 (punti 6):

Determinare se la seguente equazione differenziale sia esatta e, in caso affermativo, calcolarne la soluzione. Individuare, se esistono, soluzioni singolari:

$$(e^x \sin y - 2y \sin x) + (e^x \cos y + 2 \cos x)y' = 0 \tag{1}$$

SOLUZIONE:

$$e^x \sin y + 2y \cos x = C .$$

Esiste inoltre la soluzione singolare

$$y = 0 .$$