

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Marco Spadini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

9/01/2015

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2xyy' + (1+x)y^2 = e^x.$$

SOLUZIONE:

$$y^2 = \frac{e^x}{2x} + C \frac{e^{-x}}{x}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 10):

Calcolare autovalori ed autovettori della matrice $\mathbb{A}$ e calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale vettoriale:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 2x \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right].$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x \in [-1, 0) ; \\ 1-x, & x \in [0, 1] \end{cases} .$$

Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier, come funzione di periodo 2.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{5}{12} - \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - (-1)^n}{n^2} \cos n\pi x + \frac{1}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)^3} \sin(2n-1)\pi x .$$