

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

9/07/2013

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 10):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$(x^2 + y^2)y' + 2x(2x + y) = 0 .$$

SOLUZIONE:

$$y^3 + 3yx^2 + 4x^3 = C .$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y'' + 2y' + y = e^x + e^{-x} , \quad y(0) = 1 , \quad y'(0) = 1 .$$

SOLUZIONE:

$$y = \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^2 \right) e^{-x} + \frac{1}{4}e^x .$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

e la si prolunghi pari su $[-1, 0)$.

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier. Si calcoli poi il valore della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}.$$

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim \frac{3}{4} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cos(2n-1)\pi x.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}.$$