

C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli - Laura Poggiolini

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

9/09/2014

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 10):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$y' = \frac{4}{x} y + x\sqrt{y}, \quad y(1) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = x^4 \left(\frac{1}{2} \log |x| + 1 \right)^2.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Calcolare autovalori ed autovettori della matrice \mathbb{A} e calcolare la soluzione generale della seguente equazione differenziale vettoriale:

$$\frac{d}{dx} \mathbf{y} = \mathbb{A} \mathbf{y},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = C_1 e^{4x} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + C_2 e^{3x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 12):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \cos^2 x, \quad 0 \leq x \leq \pi,$$

periodica di periodo π .

Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x).$$