

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

15/07/2005

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

data orale:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\frac{dy}{dx} - x = e^{-2x} - 5y, \quad y(0) = 1.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{53}{75} e^{-5x} + \frac{1}{3} e^{-2x} + \frac{1}{5} x - \frac{1}{25}.$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\ddot{x} + \dot{x} + 4x = 5t - 7, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

SOLUZIONE:

$$x(t) = e^{-\frac{t}{2}} \left(\frac{49}{16} \cos \frac{\sqrt{15}}{2} t - \frac{3\sqrt{15}}{80} \sin \frac{\sqrt{15}}{2} t \right) + \frac{5}{4} t - \frac{33}{16}.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 - x, \quad x \in [0, 1]$$

e la si prolunghi in modo dispari nell'intervallo $[-1, 0)$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = -\frac{8}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)\pi x)}{(2n-1)^3}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso, scrivendone la soluzione in forma algebrica:

$$\log(1+z) = i\pi.$$

SOLUZIONE:

$$z = -2.$$