

C.d.L. in Ingegneria Elettronica

PROVA SCRITTA di METODI MATEMATICI

28/06/2005

Prof. G. Borgioli

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

ESERCIZIO 1 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\frac{dy}{dx} = 2x(2y - 1), \quad y(0) = 0.$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{1}{2}(1 - e^{2x^2}).$$

ESERCIZIO 2 (punti 8):

Risolvere il seguente problema ai valori iniziali:

$$\ddot{x} - 8\dot{x} + 16x = -3 \sin 3t, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

SOLUZIONE:

$$x(t) = \frac{697}{625} e^{4t} - \frac{109}{25} t e^{4t} - \frac{72}{625} \cos 3t - \frac{21}{625} \sin 3t.$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = 2 - \frac{x}{2}, \quad x \in [0, 2]$$

e la si prolunghi in modo pari nell'intervallo $[-2, 0]$. Se ne tracci il grafico e se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{3}{2} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{2}\right)}{(2n-1)^2}.$$

ESERCIZIO 4 (punti 4):

Risolvere la seguente equazione in campo complesso:

$$e^z = -2i.$$

SOLUZIONE:

$$z = \log 2 + i \left(\frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right), \quad z \in \mathbb{Z}.$$