

Prof. Giovanni Borgioli

PROVA PARZIALE di METODI MATEMATICI

10/01/2017

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 5):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$xy' + \frac{y}{x} - e^{-\frac{1}{x}}y^2 = 0, .$$

SOLUZIONE:

$$y = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{C - \log|x|} .$$

ESERCIZIO 2 (punti 5):

Risolvere il seguente PVI:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \cos 3x + \frac{1}{3} \sin 3x \\ -3 \sin 3x + \cos 3x \end{pmatrix} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 5):

Si consideri la funzione

$$f(x) = x \cos \pi x, \quad x \in [-1, 1] .$$

Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier.

SOLUZIONE:

$$f(x) \sim -\frac{1}{2\pi} \sin \pi x + \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{n^2 - 1} \sin n\pi x .$$