C.d.L. in Ingegneria Elettronica e C.d.L. Ingegneria delle Telecomunicazioni
Corso di Metodi Matematici e Probabilistici

Prof. Giovanni Borgioli

PROVA PARZIALE di METODI MATEMATICI

8/01/2019

COGNOME:

NOME:

N. matricola:

Prova orale:

ESERCIZIO 1 (punti 10):

Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$x(3y + 2x)y' + 3(y + x)^2 = 0, .$$

SOLUZIONE:

La soluzione si trova usando il fattore integrante $p(x) = x$ oppure osservando che si tratta di un'EDO di tipo omogeneo, risolubile con la sostituzione $z = \frac{y}{x}$.

$$6x^2y^2 + 8x^3y + 3x^4 = C .$$

ESERCIZIO 2 (punti 10):

Risolvere il seguente PVI:

$$\frac{d}{dx}\mathbf{y} = \mathbb{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

e la funzione incognita $\mathbf{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$.

SOLUZIONE:

$$\mathbf{y} = e^{2x} \begin{pmatrix} x \\ 1 + x \end{pmatrix} .$$

ESERCIZIO 3 (punti 10):

Si consideri la funzione

$$f(x) = \pi^2 - x^2, \quad x \in [-\pi, \pi] .$$

Se ne calcoli lo sviluppo in serie di Fourier, come funzione periodica di periodo 2π , i.e. $f(x + 2\pi) = f(x)$.

SOLUZIONE:

$$f(x) = \frac{2}{3}\pi^2 - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nxx .$$