

# APPLICAZIONI di MATEMATICA

## A.A. 2010-2011

Traccia delle lezioni del 9 e 10 novembre 2010

November 10, 2010

### 1 Trasformata Zeta

Dal volume M. Marini "Metodi Matematici per lo studio delle reti elettriche", Edizioni Cedam, 1999.

- Calcolo dell'antitrasformata - Cap. 3.12 : tutto
- La proprietà del valore finale- Cap. 3.10 : Teor. 3.6.
- Prime proprietà della trasformata Zeta: linearità, smorzamento, moltiplicazione per  $n$  - Cap. 3.4 - Prop. 3.6, Prop. 3.7, Prop. 3.8.
- Trasformate di campionamenti elementari - Cap. 3.5.1, 3.5.2, 3.5.3, 3.5.4, 3.5.5, Esempio 3.1.
- La proprietà della traslazione - Cap. 3.6: Definizione 3.3 , Prop. 3.9, Esempio 3.5.
- La convoluzione discreta - Cap. 3.7 : Definizione. 3.4, Teorema 3.2.
- Conseguenze :

**Corollario** Se  $F(z)$  è la trasformata Zeta di  $\{f_n\}$ , allora la trasformata Zeta di  $\{\sum_{k=0}^n f_k\}$  è

$$\frac{z}{z-1}F(z).$$

**Corollario** Se  $F(z)$   $G(z)$  sono le trasformate Zeta di  $\{f_n\}$  e  $\{g_n\}$ , rispettivamente, allora l'antitrasformata Zeta di  $F(z)G(z)$  è la convoluzione discreta  $\{f_n * g_n\}$

Un'applicazione di questo Corollario è nel Cap. 3.12.

- Trasformata Zeta ed equazioni alle differenze : Cap. 3.1.

### Esercizi

Calcolare la trasformata Zeta dei seguenti campionamenti, determinando anche il raggio di convergenza. (Tali esercizi saranno svolti nella lezione del 23 novembre)

$$f_n = \begin{cases} 4n & \text{se } n \text{ è pari} \\ 0 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases} \quad : \quad F(z) = \frac{8z^2}{(z^2 - 1)^2};$$

$$f_n = \begin{cases} 0 & \text{se } n \text{ è pari} \\ e^{3n} & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases} \quad : \quad F(z) = \frac{e^3}{z(1 - e^6 z^{-2})};$$

$$f_n = \begin{cases} e^{3n} & \text{se } n = 0, 5, 10, 15, 20, \dots \\ 2 & \text{se } n = 1, 6, 11, 16, 21, \dots \\ n & \text{se } n = 2, 7, 12, 17, 22, \dots \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} .$$

$$f_n = \begin{cases} \pi & \text{se } n = 3k, k \in \mathbb{N} \\ n & \text{se } n = 3k + 1, k \in \mathbb{N} \\ 2^n & \text{se } n = 3k + 2, k \in \mathbb{N} \end{cases} .$$

A titolo di esempio si vedano anche gli esercizi negli Esempi 3.2, 3.3 e 3.4 e il relativo svolgimento.