

ANALISI MATEMATICA 3
ELM+TEM
A.A. 2009-2010
ESERCIZI n. 3

March 14, 2010

1 Equazioni differenziali lineari

Esercizio 1.1 Usando la trasformata di Laplace, determinare la soluzione dei seguenti problemi ai dati iniziali (per $t > 0$)

a) $y'' + 7y' + 12y = 0$ $y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$	b) $y'' - 8y' - 9y = 0$ $y(0) = 4, \quad y'(0) = 1$
---	--

c) $y'' + 6y' + 8y = 0$ $y(0) + y'(0) = 0, \quad y(0) - y'(0) = 1$	d) $y'' + 5y' = 0$ $y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$
---	---

Esercizio 1.2 Stabilire quale delle seguenti equazioni è oscillante e quale nonoscillante.

- 1) $y'' - 7y' + (x^2 - 1)e^{7x}y = 0$
- 2) $y'' + 7xy' + (1 - x^2)y = 0$
- 3) $y'' + \frac{1}{x}y' + 4y = 0$
- 4) $y'' + 5xy' - 4xy = 0$
- 5) $y'' + \frac{3-x}{x+3}y = 0$
- 6) $y'' + \frac{x^3-3x-1}{x(x^2+9)}y = 0$

Risposta: sono oscillanti le equazioni 1), 3) e 6); nonoscillanti le altre.

Esercizio 1.3 Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = 0, \quad (1)$$

dove le funzioni a e b sono continue in $[0, \infty)$.

1) La funzione $\tan x$ può essere soluzione di (1)?

2) Le funzioni $y_1(x) = 75x - 1$, $y_2(x) = x \sin x$ possono essere contemporaneamente soluzioni di (1)?

Esercizio 1.4 Stabilire quale delle seguenti equazioni è oscillante e quale nonoscillante

- 1) $y'' + 4xy' + e^{-4x^2}y = 0$
- 2) $y'' + (3 - \sin x)y = 0$
- 3) $y'' - 2y' + 6e^{4x}y = 0$

Risposta: sono oscillanti le equazioni 2) e 3); nonoscillanti la 1).

Esercizio 1.5 Studiare, al variare del parametro reale λ , l'oscillazione dell'equazione

$$y'' + 5\lambda e^x y = 0.$$

Esercizio 1.6 Esiste un'equazione differenziale lineare omogenea del secondo ordine del tipo

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$$

con a e b funzioni continue per ogni x reale avente per soluzione $y(x) = (x - 15)^2$?