

**ANALISI MATEMATICA 3**  
**ELM+TEM**  
**A.A. 2009-2010**  
**ESERCIZI - n.4 (Seconda prova**  
**intercorso)**

March 24, 2010

## 1 Funzioni di Bessel

**Esercizio 1.1** Siano  $J_3$  e  $J_8$  due funzioni di Bessel. Calcolare l'espressione

$$J_3(5) + J_{-3}(5) + J_8(1) - J_{-8}(1).$$

**Esercizio 1.2** Calcolare

$$3\Gamma(4/3) - \Gamma(1/3) + \Gamma(1),$$

dove  $\Gamma$  è la funzione gamma euleriana.

**Esercizio 1.3** Si consideri la funzione  $\Gamma$  euleriana. Quale delle seguenti uguaglianze è corretta?

$$\begin{aligned}\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + 1 &= 2\Gamma(1) \\ \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + 2\Gamma(2) &= 1 \\ \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \Gamma(3) &= 2\Gamma(1)\end{aligned}$$

**Esercizio 1.4** Siano  $J_n$  e  $Y_n$  le funzioni di Bessel di prima e seconda specie. Si stabilisca se ciascuna delle seguenti affermazioni è corretta o errata.

i) - la funzione  $Y_n$  è oscillante;

ii) - Per ogni  $n$  intero positivo  $\exists M_n > 0$  tale che  $Y_n(x) > M_n$  se  $x$  è sufficientemente grande;

iii) - Sia  $n$  non intero. le tre funzioni  $J_n, J_{-n}, Y_n$  sono linearmente indipendenti.

**Esercizio 1.5** Siano  $\{\lambda_k\}$  gli zeri di  $J_4(x)$ . Può aversi  $J_4'(\lambda_k) = 0$  ?

**Esercizio 1.6** Siano  $J_n$  le funzioni di Bessel. Stabilire quale delle seguenti uguaglianze è corretta

$$2J_3'(2) - 3J_{-3}(2) = 3J_2(2)$$

$$2J_3'(2) - 3J_{-3}(2) = 2J_2(2)$$

$$2J_3'(2) - 3J_{-3}(2) = 2J_3(2)$$