

# ANALISI MATEMATICA 3

## ELM+TEM

### A.A. 2010-2011

### ESERCIZI parte 3

April 10, 2011

## 1 Equazioni differenziali lineari

**Esercizio 1.1** Usando la trasformata di Laplace, determinare la soluzione dei seguenti problemi ai dati iniziali (per  $t > 0$ )

|                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| $y'' + 7y' + 12y = 0$          | $y'' - 8y' - 9y = 0$           |
| a) $y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$ | b) $y(0) = 4, \quad y'(0) = 1$ |

|                                               |                                |
|-----------------------------------------------|--------------------------------|
| $y'' + 6y' + 8y = 0$                          | $y'' + 5y' = 0$                |
| c) $y(0) + y'(0) = 0, \quad y(0) - y'(0) = 1$ | d) $y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ |

**Esercizio 1.2** Stabilire quale delle seguenti equazioni è oscillante e quale nonoscillante.

- 1)  $y'' - 7y' + (x^2 - 1)e^{7x}y = 0$
- 2)  $y'' + 7xy' + (1 - x^2)y = 0$
- 3)  $y'' + \frac{1}{x}y' + 4y = 0$
- 4)  $y'' + 5xy' - 4xy = 0$
- 5)  $y'' + \frac{3-x}{x+3}y = 0$
- 6)  $y'' + \frac{x^3-3x-1}{x(x^2+9)}y = 0$

Risposta: sono oscillanti le equazioni 1), 3) e 6); nonoscillanti le altre.

**Esercizio 1.3** Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = 0, \quad (1)$$

dove le funzioni  $a$  e  $b$  sono continue in  $[0, \infty)$ .

1) La funzione  $\tan x$  può essere soluzione di (1)?

2) Le funzioni  $y_1(x) = 75x - 1$ ,  $y_2(x) = x \sin x$  possono essere contemporaneamente soluzioni di (1)?

**Esercizio 1.4** Stabilire quale delle seguenti equazioni è oscillante e quale nonoscillante

- 1)  $y'' + 4xy' + e^{-4x^2}y = 0$
- 2)  $y'' + (3 - \sin x)y = 0$
- 3)  $y'' - 2y' + 6e^{4x}y = 0$

Risposta: sono oscillanti le equazioni 2) e 3); nonoscillanti la 1).

**Esercizio 1.5** Studiare, al variare del parametro reale  $\lambda$ , l'oscillazione dell'equazione

$$y'' + 5\lambda e^x y = 0.$$

**Esercizio 1.6** Esiste un'equazione differenziale lineare omogenea del secondo ordine del tipo

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$$

con  $a$  e  $b$  funzioni continue per ogni  $x$  reale avente per soluzione  $y(x) = (x - 15)^2$  ?