APPLICAZIONI di MATEMATICA

A.A. 2013-2014

ESERCIZI parte 2

October 11, 2013

1 Integrale in $\mathbb{C}$

Esercizio 1.1 - Per le funzioni razionali

$$\begin{aligned} f_1(s) &= \frac{s^2 - 1}{s^2 + 1}; & f_2(s) &= \frac{7s^3 + 6}{s^2 + 4s + 5}; & f_3(s) &= \frac{s}{s^2 - 1} \\ f_4(s) &= \frac{3s - 9}{s^3 + 6s^2 + 5s}; & f_5(s) &= \frac{s}{(s + j)^2}; & f_6(s) &= \frac{s}{s^2 + j}. \end{aligned}$$

calcolare

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} f_i(s) ds$$

dove $\gamma(t) = 2e^{jt}$, $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 1.2 - Per le funzioni non razionali

$$\begin{aligned} g_1(s) &= \frac{s + 1}{e^s(s - 1)}; & g_2(s) &= \frac{e^s - 1}{s(s - 3)(s - 6)}; & g_3(s) &= \frac{\sin s}{s^2 - 9s}; \\ g_4(s) &= \frac{\sin(1/s)}{s^2 - 5s}; & g_5(s) &= \frac{1 - \cos s}{s^3 - s^2}; & g_6(s) &= \frac{s^2 + 4s + 3}{e^s}; \\ g_7(s) &= \frac{\sin(2s)}{s^2 - 2s}; & g_8(s) &= \frac{\sin(2s)}{(s^2 - 6s)^2}; & g_9(s) &= \frac{se^{1/s}}{s^2 - 9}. \end{aligned}$$

calcolare :

$$\frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} f_i(s) ds$$

dove $\gamma(t) = 4e^{jt}$, $t \in [0, 2\pi]$.

Esercizio 1.3 - Per le funzioni g_i definite nell'Esercizio 1.2, calcolare i seguenti integrali:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} [g_i(s) + s] ds \\ & \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} [g_i(s) + \frac{1}{s}] ds \\ & \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma} [g_i(s) + \frac{\sin s}{s}] ds \end{aligned}$$

dove $\gamma(t) = 4e^{jt}$, $t \in [0, 2\pi]$.

2 Residuo all'infinito

Esercizio 2.1 - Per le funzioni di cui all'Esercizio 1.2, calcolare, se esiste, il Residuo all'infinito.

Esercizio 2.2 - Calcolare $\text{Res}[f, 0]$ e $\text{Res}[f, \infty]$ delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} f(s) &= \frac{\sin s}{s^2}; & f(s) &= \frac{\exp(1/s)}{s^2}; \\ f(s) &= \frac{\exp s}{s^2}; & f(s) &= s \cos\left(\frac{1}{s}\right); \\ f(s) &= \frac{5}{s} \cos 4s; & f(s) &= \exp(s); \\ f(s) &= \cos 5s; & f(s) &= \frac{3}{s} \sin \frac{1}{s}. \end{aligned}$$