

# APPLICAZIONI di MATEMATICA

## A.A. 2013-2014

### ESERCIZI parte 6

November 29, 2013

## 1 Esercizi "teorici"

**Es. 1.1** - Sia  $F$  reale, razionale propria reale positiva e  $F(0) = 0$ . La funzione

$$G(s) = F(s - 24)$$

è RP ?

**Es. 1.2** - Sia  $F$  reale, razionale propria e sia  $F(1 + j) = -4 + j$ . Allora  $F$  è RP?

**Es. 1.3** Siano

$$F_1(z) = \frac{(z - 5)(z - 1)}{(z + 7)(z + 9)}; \quad F_2(z) = \frac{(z - 5)(z - 1)}{(z + 7)(z + 9)(z + 11)}.$$

$F_i$  è una trasf. Zeta? In caso affermativo calcolare il raggio di convergenza.

**Es. 1.4** Sia  $F$  una trasformata zeta e sia  $f_0 = 0$ . Quanto vale

$$\text{Res}\left[\frac{F(z)}{z}, \infty\right] ?$$

**Es. 1.5** Sia  $\{f_n\}$  una successione il cui raggio di convergenza è 1. Quanto vale il raggio di convergenza delle successioni  $\{g_n\}$ ,  $\{h_n\}$ , dove

$$g_n = e^{-7n} f_n; \quad h_n = e^{4n} f_n \quad ?$$

**Es. 1.6** - Sia  $F$  razionale RP dispari. Quanto vale il

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} [F(s) + \frac{1}{F(s)}] ?$$

**Es. 1.7** - Sia  $F$  reale, razionale pari e  $F(-9) = 0$ . Tale funzione può essere positiva?

**Es. 1.8** - Sia  $F$  reale, razionale avente uno zero doppio in  $s = \infty$ . Tale funzione può essere positiva?

**Es. 1.9** - Sia  $F$  una trasformata zeta. La funzione  $G(z) = z^{-3}F(z)$  è una trasformata zeta? In caso affermativo, quanto vale  $g_1$  ?

**Es. 1.10** - A quale delle seguenti trasformate zeta non è applicabile il Teorema del valore finale?

$$F_1(z) = \frac{z^2 + 1}{z^2 + 4z + 3}; F_2(z) = \frac{z - 1}{z + 5}; F_3(z) = \frac{z - 1}{5z - 1}.$$

**Es. 1.11** - Sia  $F$  una trasformata zeta. Calcolare  $\text{Res}[z^{-2}F(z), \infty]$ .

**Es. 1.12** - Sia

$$F(z) = \frac{z^2 + 6}{z^7 - z^5 + z^3}$$

Calcolare l'antitrasf. zeta per  $n = 1$  e  $n = 2$ .

**Es. 1.13** - Sia

$$f_n = n^7 e^{-14n}$$

e sia  $F$  la sua trasformata Zeta. Calcolare

$$\text{Res}[F(z), \infty].$$

**Es. 1.14** - Sia  $F$  una funzione razionale propria RP. Quanto vale

$$\text{Res}[F(s)/s, \infty] ?$$

**Es. 1.15** - [Difficile] Sia  $F$  una funzione razionale dispari RP e sia  $v = \text{Im} F$ . Può aversi per qualche  $y_0 \in \mathbb{R}$

$$v_y(0, y_0) < 0 ?$$

**Es. 1.16** - Sia  $F$  una funzione razionale RP. Può aversi per qualche  $\omega \in \mathbb{R}$

$$F(7 - 5j\omega) = -3 + j ?$$

**Es. 1.17** - Provare che le seguenti funzioni sono trasformate Zeta e calcolarne il raggio di convergenza

$$F_1(z) = \sin\left(\frac{2z+1}{z-1}\right) \frac{z+2}{z^8}; \quad F_2(z) = \frac{z+12}{z^8(z-6)^{14}}.$$

In entrambi i casi poi calcolare  $f_4$ , i.e. l'antitrasformata per  $n = 4$ .

**Es. 1.18** - L'affermazione : "Sia  $F \in RP$ . Allora

$$G = \frac{F}{1+F^2} \in RP^n.$$

- a) E' vera soltanto se  $F$  è razionale
- b) E' vera soltanto se l'equazione  $F(s) = j$  non ha soluzioni
- c) E' vera soltanto se  $F$  è dispari
- d) Non è mai vera
- e) E' sempre vera.