

ANALISI MATEMATICA 3
(ELM+TEM)
A.A. 2012-2013
ESERCIZI - parte sesta

May 21, 2013

1 Trasf. Laplace di distribuzioni

Esercizio 1.1 Quale o quali delle seguenti distribuzioni ha supporto contenuto in $[0, +\infty)$?

$$T_1 = \delta(t-1) \sin t; \quad T_2 = \delta(t+1) \sin t; \quad T_3 = \delta(t) \sin(t-3);$$
$$T_4 = \delta(t) \sin(t+4); \quad T_5 = \delta(t+1) \sin(t-1).$$

Esercizio 1.2 Quale o quali delle seguenti distribuzioni ammette trasformata di Laplace?

$$T_1 = \delta(t-1)e^t; \quad T_2 = e^{7t}u(t); \quad T_3 = e^{t^2}u(t-1);$$
$$T_4 = e^{t^2}\delta(t); \quad T_5 = e^{-3t}\delta(t+3); \quad T_6 = te^{-3t}\delta(t-3).$$

Esercizio 1.3 Calcolare le antitrasformate di Laplace (nel senso delle distribuzioni) delle seguenti funzioni razionali:

$$F_1(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 4s + 5}; \quad F_2(s) = \frac{s^2 + 1}{s^2 + 5s + 6};$$
$$F_3(s) = \frac{s^3 - 1}{s^3 + 7s^2 + 6s}; \quad F_4(s) = \frac{s(s+2)^2}{(s+1)(s-2)}.$$

Esercizio 1.4 Date le distribuzioni

$$T_1 = e^t \delta(t); T_2 = e^{-t} \delta'(t-1); T_3 = (t - e^t) \delta(t);$$

$$T_4 = (t - e^t) \delta(t-1); T_5 = (t - e^t) \delta'(t); T_6 = \delta(t-1) + \delta'(t-2);$$

calcolarne la derivata DT e la sua trasformata di Laplace.

Esercizio 1.5 Date

$$f(t) = \begin{cases} t+2 & \text{se } t \in (0, 1) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

$$g(t) = \begin{cases} e^t & \text{se } t > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

$$h(t) = \begin{cases} e^t & \text{se } t \in (0, 2) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

calcolare la trasformata di Laplace di Df , Dg , Dh , f' , g' , h' .