

APPLICAZIONI di MATEMATICA

A.A. 2014-2015

Traccia delle lezioni del 20 e 24 ottobre 2014

October 25, 2014

1 Serie di potenze e trasformata Zeta

Dal volume M. Marini *"Metodi Matematici per lo studio delle reti elettriche"*, Edizioni Cedam, 1999.

- Richiami sulle serie di potenze: massimo limite, raggio di convergenza, criterio di Hadamard - Cap. 3.2. tutto.

NOTA : A lezione è stato introdotto il concetto di $\limsup_n$ di una successione (a termini nonnegativi). Questo concetto COINCIDE con il concetto di $\max \lim_n$, introdotto nel Cap.3.2. In altre parole, se $\{A_n\}$ è una successione reale (con $A_n \geq 0$), allora

$$\limsup_n A_n = \max_n \lim A_n.$$

- Definizione di trasformata zeta - Cap. 3.3: Def. 3.1 e 3.2, Prop. 3.2, 3.3, 3.4.

Inoltre:

- **Teorema** *Una funzione F complessa di variabile complessa è una trasformata Zeta se e solo se $z = \infty$ è un punto di regolarità o una singolarità eliminabile per F , ossia, equivalentemente, se e solo se F è sviluppabile in serie di Laurent all'infinito e lo sviluppo è privo di parte principale.*

Esercizio Quale delle seguenti funzioni è una trasformata Zeta ?

$$F_1(z) = \sin z; \quad F_2(z) = \sin(1/z); \quad F_3(z) = 1/\sin z;$$
$$G_1(z) = \frac{z^2 + 1}{z^3 + 7}; \quad G_2(z) = \frac{z^4 + 1}{z^3 + 7}.$$

Risposta: lo sono F_2 e G_1 , non lo sono le altre [F_1 ha una sing. essenziale all'infinito, F_3 ha in $s = \infty$ una sing. non isolata e G_2 un polo semplice].

1.1 Antitrasformata

- Antitrasformata Zeta - Cap. 3.11: Teoremi 3.7 e 3.8. Inoltre si vedano tutti gli esempi di questo paragrafo.
- Calcolo dell'antitrasformata - Cap. 3.12 - In particolare la formula dell'antitrasformata (3.48) e il metodo di ricorrenza. Esempi 3.13 e 3.14. L'Esempio 3.15. sarà visto in seguito.
- La proprietà del valore iniziale - Cap. 3.10: Teorema 3.5.

1.2 Prime proprietà della trasformata

- Raggio di convergenza della Trasf. Zeta- Cap 3.3: Prop. 3.3, Prop. 3.4.
- Prime proprietà della trasformata Zeta - Cap. 3.4. Linearità, smorzamento, moltiplicazione per n - Prop. 3.6, Prop. 3.7, Prop. 3.8.
- Trasformate di campionamenti elementari - Cap. 3.5.1, Cap. 3.5.2, Cap. 3.5.3, Cap. 3.5.4, Cap. 3.5.5 ed esempio 3.1. L'esempio 3.2. è facoltativo e sarà visto (con un altro approccio) la prossima lezione.